

桂林电子科技大学

《概率与统计》2022-2023学年第一学期期末试卷

课程名称：_____ 考试时间：120 分钟 考试方式：闭卷

学生姓名：_____ 学号：_____ 教学班级：_____

题号	一	二	三						四	总分
			1	2	3	4	5	6		
得分										
阅卷人										

一、填空题(每题 4 分, 共 28 分)

1. 全班 120 名同学, 今天至少有一名同学过生日的概率_____ (一年 365 天计)

2. 若 $X \sim U(0, 5)$, 方程 $x^2 + 2Xx + X + 2 = 0$ 有实根的概率

3. 在 $(2, 6)$ 区间上任意取一点 X , 再在区间 $(X, 6)$ 任取一点 Y , (X, Y) 的概率密度

4. 设随机变量 X 服从 $N(2, 4)$ 的正态分布, Y 服从参数为 2 的指数分布, 则数学期望 $E(X+Y) =$ _____

5. 设随机变量 X 在区间 $(1, 4)$ 上服从均匀分布, 则协方差 $\text{cov}(X, X^2) =$ _____

6. 设随机变量 X 的数学期望与方差分别为 2 和 9, 则有切比雪夫不等式 $P(|X - 2| < 6) \geq$ _____

7. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是参数为 λ 的指数分布总体的一个样本, 则 λ 的矩估计量

二、选择题(每题 4 分, 共 28 分)

1. 以 A 表示事件“甲同学旷课, 乙同学上课”, 则其对立事件 $\bar{A}$ 为 ()

- (A) “甲同学上课, 乙同学旷课”; (B) “甲、乙同学均旷课”
(C) “甲、乙同学均上课”; (D) “甲同学上课或乙同学旷课”

2. 设 $X \sim N(2, \sigma^2)$, 且 $P(0 < X < 4) = 0.6$, 则 $P(X < 0) =$ ()

- (A) 0.3 (B) 0.4 (C) 0.2 (D) 0.5

3. 设 $X \sim N(0, 1), Y \sim N(1, 1), X, Y$ 相互独立, 令 $Z = Y - 2X$, 则 $Z \sim$ ()

- (A) $N(-2, 5)$ (B) $N(1, 5)$ (C) $N(1, 6)$ (D) $N(2, 9)$

4. 设 X, Y 是相互独立的两个随机变量, 其分布函数分别为 $F_X(x), F_Y(y)$, 则 $Z = \max\{X, Y\}$ 的分布函数为()

- (A) $F_Z(z) = \max\{F_X(x), F_Y(y)\}$ (B) $F_Z(z) = \max\{|F_X(x)|, |F_Y(y)|\}$
(C) $F_Z(z) = F_X(x) F_Y(y)$ (D) $F_Z(z) = F_X(z) F_Y(z)$

5. 对于任意两个随机变量 X 和 Y , 若 $E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$, 则 ()
 (A) $D(XY) = D(X) \cdot D(Y)$ (B) $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$
 (C) X 和 Y 独立 (D) X 和 Y 不独立
6. 设随机变量 X 的方差 $D(X)$ 存在, 且 $D(X) > 0$, 令 $Y = -X$, 则 $\rho_{XY} = ()$
 A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
7. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 独立同正态分布 $N(0, 1)$, 则 $\sum_{i=1}^n X_i^2$ 服从 ()
 (A) 正态分布 (B) 自由度为 n 的 χ^2 分布
 (C) 自由度为 n 的 t 分布 (D) 自由度为 $n-1$ 的 χ^2 分布

三、计算题(每题 6 分, 共 36 分)

1. 设 A, B, C 为三个随机事件, 且 $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}$, $P(AC) = 0$, $P(AB) = P(BC) = \frac{1}{16}$. 求: A, B, C 至少有一个发生的概率.

得分	评阅人

2. 设连续型随机变量 (X, Y) 的密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} Ae^{-(3x+4y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$,

求 (1) 系数 A ; (2) 落在区域 $D: \{0 < x \leq 1, 0 < y \leq 2\}$ 的概率

得分	评阅人

3. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3}{16}xy, & 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq x^2; \\ 0 & \text{其它.} \end{cases}$$

求: (1) 数学期望 $E(X)$; (2) 方差 $D(X)$; (3) $E(XY)$

得分	评阅人

4. 设随机变量 (X,Y) 的概率分布列为

$X \backslash Y$	0	1	2
0	0.1	0	0.2
1	0	0.1	0.2
2	0.2	0	0.2

得分	评阅人

求 $\xi = X - Y, \eta = X + Y$, 求 ξ 和 η 的协方差

5. 设总体 X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{\theta}e^{-(x-\mu)/\theta} & x\geq \mu, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

得分	评阅人

其中 $\theta>0$, θ 为未知参数, $x_1,x_2,...x_n$ 取自 X 的样本。试求 θ 的极大似然估计量

6. 设某工厂生产一批元件，直径服从正态分布，要求其均值 $\mu = 8$ ，现抽取一组 16 只样本元件，计算的样本均值和样本方差分别 $\bar{x} = 7.65, S^2=0.49$ ，试在显著水平 $\alpha = 0.05$ 下，对该厂生产的元件的均值进行检验，看看是否符合标准. (已知： $t_{0.05}(15) = 1.7531, t_{0.025}(15) = 2.1315, t_{0.05}(16) = 1.7459, t_{0.025}(16) = 2.1199$)

得分	评阅人

四、证明题(每题 8 分, 共 8 分)

设随机变量 (X, Y) 在区域 $x^2 + y^2 \leq r^2$ 上服从联合均匀分布。

- (1) 求 (X, Y) 的相关系数 ρ
- (2) 问 X 和 Y 是否独立?

得分	评阅人