

桂林电子科技大学《概率与统计》2023-2024 学年第一学期期末试卷

系别_____ 班级_____ 学号_____ 姓名_____

题目	一	二	三	四	五	六	总分
得分							
阅卷人签字							

一、选择题（每题 3 分，共 30 分）

1. 设随机变量 X 服从二项分布 $B(n, p)$ ，若 $P(X = k) = P(X = k + 1)$ ，则 $k =$ _____。
- A. $np - 1$
B. $[np]$
C. $[np] - 1$
D. $[(n + 1)p] - 1$
2. 下列哪个分布不是连续型随机变量的分布？
- A. 正态分布
B. 均匀分布
C. 指数分布
D. 二项分布
3. 设随机变量 X 和 Y 独立，且都服从标准正态分布 $N(0, 1)$ ，则 $P(X > Y) =$ _____。
- A. 0.25
B. 0.5
C. 0.75
D. 1
4. 下列哪个不是描述性统计量的常用指标？
- A. 均值
B. 方差
C. 众数
D. 卡方值
5. 在假设检验中，第一类错误是指：
- A. 拒绝了正确的原假设
B. 接受了错误的原假设
C. 拒绝了错误的备择假设
D. 接受了正确的备择假设

6. 对于两个随机变量 X 和 Y ，如果它们的协方差 $\text{Cov}(X, Y) = 0$ ，则：
 - A. X 和 Y 一定独立
 - B. X 和 Y 一定不独立
 - C. X 和 Y 不相关
 - D. X 和 Y 的方差相等
7. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布，则 $E(X^2) =$ _____。
 - A. $1/\lambda^2$
 - B. $2/\lambda^2$
 - C. $\lambda^2/2$
 - D. $2\lambda^2$
8. 在多元线性回归分析中， R^2 表示的是：
 - A. 解释变量对被解释变量的解释程度
 - B. 残差平方和与总平方和的比值
 - C. 回归系数与标准误的比值
 - D. 样本量与自由度的比值
9. 下列哪个检验用于判断两个独立样本是否来自相同分布的总体？
 - A. t 检验
 - B. F 检验
 - C. 卡方检验
 - D. Kolmogorov-Smirnov 检验
10. 在贝叶斯统计中，后验分布是基于：
 - A. 样本数据
 - B. 先验分布
 - C. 样本数据和先验分布
 - D. 似然函数

二、填空题（每题 2 分，共 20 分）

1. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，则 $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx$ _____。
2. 在二项分布 $B(n, p)$ 中，当 n 很大且 p 很小时，可以用_____分布近似。
3. 设随机变量 X 和 Y 的联合概率密度为 $f(x, y)$ ，则边缘概率密度 $f_X(x) =$ _____。
4. 在假设检验中， α 表示的是_____。
5. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，则 $P(X = k) =$ _____。
6. 在多元回归分析中，如果某个解释变量的回归系数不显著，则意味着该变量对_____的解释作用不大。
7. 设随机变量 X 服从卡方分布 $\chi^2(n)$ ，则 $E(X) =$ _____。
8. 在时间序列分析中，ARIMA 模型的全称是_____。
9. 设随机变量 X 和 Y 的相关系数为 ρ ，当 $|\rho| = 1$ 时，表示 X 和 Y _____。
10. 在贝叶斯定理中，后验概率 $P(\theta|X)$ 与先验概率 $P(\theta)$ 和似然函数 $P(X|\theta)$ 的关系为 $P(\theta|X) =$ _____。

三、计算题（每题 10 分，共 20 分）

题目 1:

设随机变量 X 服从正态分布 $N(5, 4)$ ，求：

1. $P(3 < X < 7)$;

2. 若 $Y = 2X + 1$, 求 $E(Y)$ 和 $D(Y)$ 。

题目 2:

某工厂生产的产品中, 次品率为 5%。现从该工厂生产的 1000 件产品中随机抽取 50 件进行检验, 发现有 3 件次品。试在 $\alpha = 0.05$ 的显著性水平下, 利用二项分布检验判断该工厂的次品率是否超过 5%。

四、证明题 (10 分)

题目:

证明切比雪夫不等式: 对于任意正数 $\epsilon > 0$ 和随机变量 X , 如果 $E(X)$ 和 $D(X)$ 存在, 则有 $P(|X - E(X)| \geq \epsilon) \leq D(X) / \epsilon^2$ 。

五、应用题 (10 分)

案例背景:

某医院为了评估一种新药对高血压患者的治疗效果, 随机选取了 100 名高血压患者作为试验组, 服用新药; 同时, 另选 100 名高血压患者作为对照组, 服用传统药物。经过一个疗程的治疗后, 测量两组患者的血压值, 并记录下来。

题目:

1. 利用 t 检验判断新药和传统药物在降低血压方面是否存在显著差异 ($\alpha = 0.05$)。
2. 如果新药确实有效, 请给出你的建议, 并说明理由。

六、开放性问题 (10 分)

题目:

在概率与统计的实际应用中, 我们经常需要处理大量数据。请结合你的理解和实际经验, 谈谈在大数据背景下, 概率与统计方法面临哪些挑战和机遇? 你认为应该如何应对这些挑战并抓住机遇?

要求:

1. 分析大数据背景下概率与统计方法面临的挑战和机遇。
2. 提出具体的应对策略和建议。
3. 结合实际案例或理论观点，说明你的分析和建议的合理性和可行性。