

桂林电子科技大学《概率论与数理统计》

2022—2023 学年第二学期期末考试

注意:

- 1、请考生仔细检查试卷,如有错、漏、破烂现象请及时报告监考老师更换。
- 2、请考生诚信考试。
- 3、考试形式:闭卷。
- 4、考试时间:120 分钟。

一、填空题(每小题 3 分,共 18 分)

1、若 $P(A)=0.5$, $P(B)=0.4$, $P(A-B)=0.3$, 则 $P(A \cup B)=$ _____.2、设随机变量 X 服从二项分布 $B(10, p)$, 若 X 的方差是 $\frac{5}{2}$, 则 $p=$ _____.3、设随机变量 X, Y 均服从正态分布 $N(2, 0.2)$ 且相互独立, 则随机变量 $Z = X - 2Y + 1$ 的概率密度函数为_____.4、设总体 $X \sim N(0, 4)$, 而 $X_1, X_2, \dots, X_{15}$ 为取自该总体的样本, 则统计量 $Y = \frac{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_{10}^2}{2(X_{11}^2 + X_{12}^2 + \dots + X_{15}^2)}$ 服从_____分布.5、设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 2x & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$, 以 Y 表示对 X 的三次独立重复观察中事件 $\left\{X \leq \frac{1}{2}\right\}$ 出现的次数, 则 $P\{Y=2\}=$ _____.6、设总体 X 和 Y 相互独立, $X \sim N(0, 4)$, $Y \sim N(0, 9)$, $\bar{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} X_i$, $\bar{Y} = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} Y_i$, 其中 $X_1, X_2, \dots, X_{10}$ 以及 $Y_1, Y_2, \dots, Y_{15}$ 时分布来自总体 X 和 Y 的随机样本, 则 $|\bar{X} - \bar{Y}|$ 的数学期望为

_____.

二、单项选择题(每小题 3 分,共 18 分)

1、设 A, B, C 三个事件两两独立, 则 A, B, C 相互独立的充分必要条件是().

- (A) A 与 B, C 独立 (B) A, B 与 $A \cup C$ 独立
(C) A, B 与 A, C 独立 (D) $A \cup B$ 与 $A \cup C$ 独立

2、设 A, B 是两个随机事件, $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{4}{5}$, $P(B|\bar{A}) = \frac{5}{6}$, 则 ().

- (A) $P(\bar{A}|B) = \frac{1}{2}$ (B) $P(\bar{A}|B) = \frac{3}{4}$ (C) $P(\bar{A}|B) = \frac{5}{8}$ (D) $P(\bar{A}|B) = \frac{12}{25}$

3、设 X, Y 为相互独立的两个随机变量, 则下列不正确的结论是 ().

- (A) $E(X \pm Y) = E(X) \pm E(Y)$ (B) $E(XY) = E(X)E(Y)$
(C) $D(X \pm Y) = D(X) + D(Y)$ (D) $D(XY) = D(X)D(Y)$

4、袋中有 4 个白球 2 个黑球, 今从中任取 3 个球, 则至少一个黑球的概率为().

- (A) $\frac{4}{5}$ (B) 1
(C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{3}$

5、设随机变量 X 服从正态分布 (μ_1, σ_1^2) , 随机变量 Y 服从正态分布 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 且 $P\{|X - \mu_1| < 1\} > P\{|Y - \mu_2| < 1\}$, 则必有().

- (A) $\sigma_1 < \sigma_2$ (B) $\sigma_1 > \sigma_2$ (C) $\mu_1 < \mu_2$ (D) $\mu_1 > \mu_2$

6、 $X_1, X_2, \dots, X_9$ 相互独立, $EX_i = 1$, $DX_i = 1$ ($i=1, 2, \dots, 9$), 则对任意给定的 $\varepsilon > 0$, 有().

- (A) $P\left\{\left|\sum_{i=1}^9 X_i - 9\right| < \varepsilon\right\} \geq 1 - \varepsilon^{-2}$ (B) $P\left\{\frac{1}{9}\left|\sum_{i=1}^9 X_i - 9\right| < \varepsilon\right\} \geq 1 - \varepsilon^{-2}$
(C) $P\left\{\left|\sum_{i=1}^9 X_i - 9\right| < \varepsilon\right\} \geq 1 - \varepsilon^{-2}$ (D) $P\left\{\left|\sum_{i=1}^9 X_i - 9\right| < \varepsilon\right\} \geq 1 - 9\varepsilon^{-2}$

三、(10 分) 甲、乙两人轮流投篮，甲先投。一般来说，甲、乙两人独立投篮的命中率分别为 0.7 和 0.6。但由于心理因素的影响，如果对方在前一次投篮中投中，紧跟在后面投篮的这一方的命中率就会有所下降，甲、乙的命中率分别变为 0.4 和 0.5。求：

- (1) 乙在第一次投篮中投中的概率；
- (2) 甲在第二次投篮中投中的概率。

四、(14 分) 设 (X, Y) 在由直线 $x=1$ ， $x=e^2$ ， $y=0$ 及曲线 $y=\frac{1}{x}$ 所围成的区域上服从均匀分布，

- (1) 求边缘密度 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$ ，并说明 X 与 Y 是否独立。
- (2) 求 $P(X+Y \geq 2)$ 。

五、(10 分) 设随机变量 X 与 Y 相互独立且同分布，且 X 的分布律为 $X \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ 。

记 $U = \max(X, Y)$ ， $V = \min(X, Y)$ ，试求 (U, V) 的概率分布，并求 $Cov(U, V)$ 。

六、(10 分) 一养鸡场购进 1 万个良种鸡蛋，已知每个鸡蛋孵化成雏鸡的概率为 0.84，每只雏鸡发育成种鸡的概率为 0.90，试计算这批鸡蛋得到种鸡不少于 7500 只的概率。

七、(10 分) 设总体 X 的分布函数为

$$F(x; \beta) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x^\beta} & \text{当 } x > 1 \\ 0 & \text{当 } x \leq 1 \end{cases}$$

其中未知参数 $\beta > 1$ ， $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本，求

- (1) β 的矩估计；
- (2) β 的极大似然估计。

八 . (10 分)

(1). 已知多名实习生相互独立地测量同一块土地的面积, 设每名实习生得到的测量数据 X 平方米服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 从这些测量数据中随机抽取 7 个, 经计算, 其平均面积为 125 平方米, 标准差为 2.71 平方米。求 μ 的置信度为 90% 的置信区间。